

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ ТЕОРИЈЕ БРОЈЕВА
15. јун 2017

Професор: Бојан Башић

1. У скупу природних бројева решити једначину

$$x! + 123 = y^5.$$

2. Доказати да за сваки природан број n постоји скуп од n природних бројева таквих да је сума елемената сваког његовог непразног подскупа потпун степен.

Једна идеја: Одабрати произвољан скуп од n природних бројева, па показати да је могуће сваки елемент помножити одређеном константном вредношћу и на тај начин испунити услове задатка.

3. Дати су бројеви m и n који су оба потпуни 17. степени и имају по 15 062 017 цифара. Да ли природан број који се добија исписивањем ова два броја једног иза другог може бити потпун 17. степен?

4. Нека су $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$ природни бројеви такви да важи

$$a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{\ddots + \frac{1}{a_{k-1} + \frac{1}{a_k + \frac{1}{a_0 + \sqrt{4455}}}}}}} = \sqrt{4455}.$$

Доказати: $k \geq 9$.